

2018~2019学年天津河西区天津市实验中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8题，每小题4分，共计32分）

1. 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (2, -3)$, 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线, 则实数 $m =$ ().

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

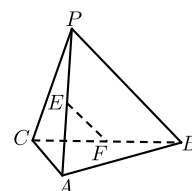
2. 设 a, b 是两条直线, α, β 是两个平面, 若 $a \parallel \alpha$, $a \subset \beta$, 且 $\alpha \cap \beta = b$, 则 α 内与 b 相交的直线与 a 的位置关系是 ().

- A. 平行 B. 相交 C. 异面 D. 平行或异面

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{4}{5}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ().

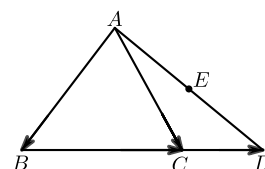
- A. 3 B. $\frac{12}{5}$ C. 6 D. 4

4. 如图, E, F 分别是三棱锥 $P-ABC$ 的棱 AP, BC 的中点, $PC = 10$, $AB = 6$, $EF = 7$, 则异面直线 AB 与 PC 所成的角为 ().



- A. 120° B. 60° C. 45° D. 30°

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 D 是 BC 延长线上一点, 点 E 为线段 AD 的中点, 若 $\vec{BC} = 2\vec{CD}$, 且 $\vec{AE} = \lambda \vec{AB} + \frac{3}{4} \vec{AC}$, 则 $\lambda =$ ().

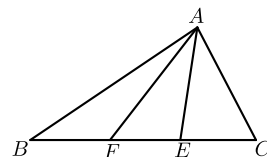


- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $c - a \cos B = (2a - b) \cos A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ().

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰或直角三角形

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$, $AB = 2$, $AC = 1$, E, F 为 BC 边的三等分点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF}$ 等于 ().



- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{26}{9}$

8. 锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $(a - b)(\sin A + \sin B) = (c - b) \sin C$, 若 $a = \sqrt{3}$, 则 $b^2 + c^2$ 的取值范围是 ().

- A. $(5, 6]$ B. $(3, 5)$ C. $(3, 6]$ D. $[5, 6]$

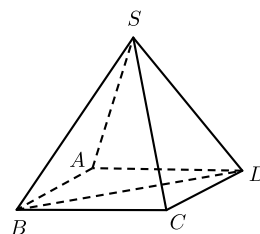
二、填空题 (本大题共6题, 每小题4分, 共计24分)

9. 已知向量 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (1, 3)$, $\vec{c} = (k, 2)$, 若 $(\vec{a} - \vec{c}) \perp \vec{b}$, 则 $k =$ _____.

10. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\sqrt{3}a = \sqrt{3}b \cos C + c \sin B$. 则角 $B =$ _____.

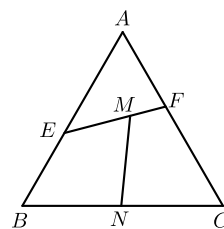
11. 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上, 若球的体积为 $\frac{9\pi}{2}$, 则正方体的棱长为 _____.

12. 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, E 是 SA 上一点, 当点 E 满足条件: _____ 时, $SC \parallel$ 平面 EBD .



13. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (3, m)$. 若向量 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影为3, 则实数 $m =$ _____.

14. 如图, 在边长为1的正三角形 ABC 中, E, F 分别为边 AB, AC 上的动点, 且满足 $\overrightarrow{AE} = m\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = n\overrightarrow{AC}$, 且 $m + n = 1$. 若点 M, N 满足 $\overrightarrow{EM} = 2\overrightarrow{MF}$, $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$, 则 $|\overrightarrow{MN}|$ 的最小值为 _____.

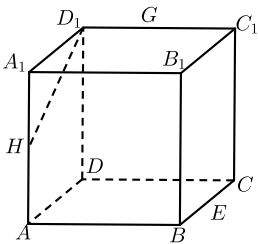


三、解答题（本大题共4题，共计44分）

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的分别是 a, b, c . 已知 $a = 2, c = \sqrt{2}, \cos A = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

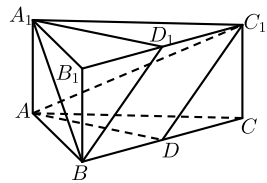
- (1) 求 $\sin C$ 和 b 的值;
(2) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

16. 如图所示，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E, G, H 分别是 BC, C_1D_1, AA_1 的中点.



- (1) 求异面直线 D_1H 与 A_1B 所成角的余弦值.
(2) 求证: $EG \parallel$ 平面 BB_1D_1D .

17. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 2AA_1 = 4$, 点 D 是 BC 上一点, 且 $A_1B \parallel$ 平面 AC_1D , 点 D_1 是 B_1C_1 的中点.



(1) 求证: 平面 $A_1BD_1 \parallel$ 平面 AC_1D_1 .

(2) 求三棱锥 $C - AC_1D$ 的体积.

18. 已知向量 $\vec{a} = (\sin x, -1)$, $\vec{b} = \left(\sqrt{3}\cos x, -\frac{1}{2}\right)$, 函数 $f(x) = \left(\vec{a} + \vec{b}\right) \cdot \vec{a} - 2$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期 T .

(2) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 其中 A 为锐角, $a = 2\sqrt{3}$, $c = 4$, 且 $f(A) = 1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .